e-Learning tools for Electrical Engineering

Temática – Máquinas Eléctricas

Capítulo – Conversão Electromagnética

CIRCUITO MAGNÉTICO

INTRODUÇÃO

Esta exposição incide sobre a modelização de um electroíman. Neste contexto, introduz-se a noção de circuito magnético e a lei de Hopkinson.

Este projecto é financiado pela União Europeia no âmbito de uma acção Sócrates-Minerva. As informações nele contidas são da exclusiva responsabilidade dos seus autores. A União Europeia declina toda a responsabilidade relativamente ao seu uso.

1. INTERESSE DA NOÇÃO DE CIRCUITO MAGNÉTICO

O binário electromagnético T_e ou a força electromagnética F_e que um conversor electromagnético fornece, exprime-se como sendo a derivada parcial da co-energia magnética, W_{cm}, em ordem à posição do rotor, θ, estando a co-energia magnética expressa em função das diferentes correntes do conversor. Para um conversor rotativo, tem-se:

$$T_e = \frac{\partial W_{cm}}{\partial \theta}$$

Para um conversor linear:

$$F_e = \frac{\partial W_{cm}}{\partial x}$$

A co-energia magnética W_{cm} pode ser calculada por integração das expressões que relacionam os fluxos com as correntes que circulam nos diferentes enrolamentos. Para um conversor com n enrolamentos, obtém-se:

para o caso de um conversor rotativo :

$$W_{cm} = \int_{0,0,\ldots,0}^{i_1,i_2,\ldots,i_n} \sum_{k=1}^{n} \Phi_k(i_1,i_2,\ldots,i_n,\theta)\, di_k$$

para o caso de um conversor linear

$$W_{cm} = \int_{0,0,\ldots,0}^{i_1,i_2,\ldots,i_n} \sum_{k=1}^{n} \Phi_k(i_1,i_2,\ldots,i_n,x)\, di_k$$

Para se escrever as relações entre fluxo e corrente, pode ser útil, em certos casos, recorrer à noção de circuito magnético (e à noção de relutância que lhe está associada), uma vez que assim é possível deduzir directamente as relações $\Phi_k(i_1,i_2,\ldots,i_n,\theta)$ ou $\Phi_k(i_1,i_2,\ldots,i_n,x)$ através do conhecimento da geometria do sistema em causa e da permeabilidade magnética dos materiais que o constituem.

2. PRIMEIRO EXEMPLO DE UM CIRCUITO MAGNÉTICO

Para introduzir o conceito de circuito magnético, considere-se uma bobine de N espiras enroladas à volta de um núcleo toroidal (Figura 1).

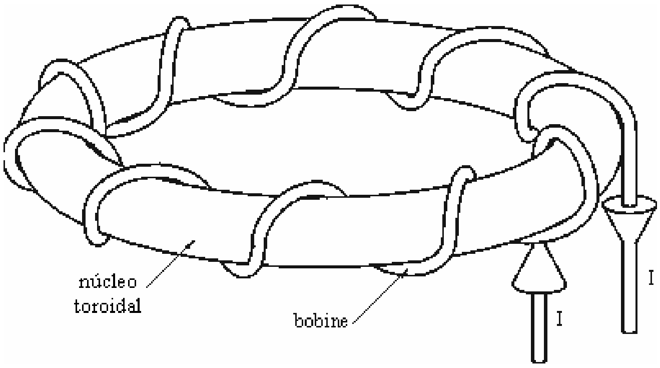

Figura 1 - Bobine num núcleo toroidal

3. CONTORNO DE INTEGRAÇÃO PARA APLICAÇÃO DO TEOREMA DE AMPERE

Pode-se calcular o campo magnético criado pela corrente I que circula na bobine, aplicando o teorema de Ampère aos contornos circulares situados nos planos "cortados" pelas correntes, isto é, contornos cujos centros se situam no eixo de simetria da bobine (Figura 2).

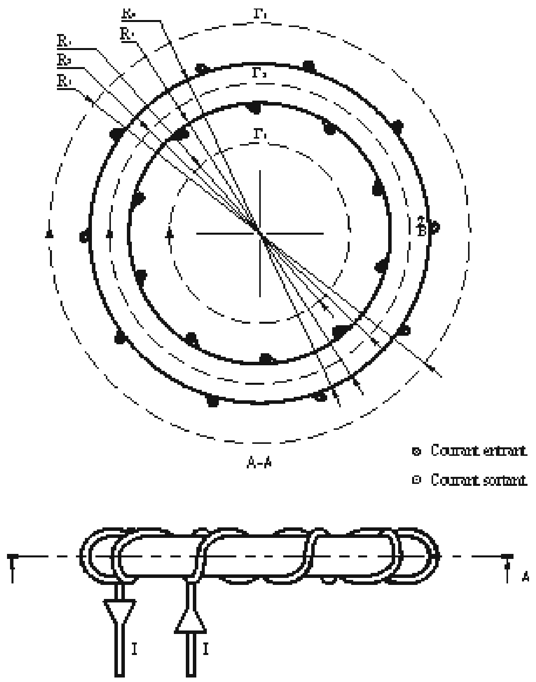

Figura 2 - Esquema representativo dos contornos de integração

4. APLICAÇÃO DO TEOREMA DE AMPÈRE - EXPLICITAÇÃO DO CIRCUITO MAGNÉTICO

Por razões de simetria geométrica, nos contornos de integração escolhidos, o campo de indução B induzido pela corrente I que circula na bobine é de amplitude constante e é tangente aos contornos de integração escolhidos. Pode deduzir-se:

- se o contorno tem um raio R_1 inferior a R_i, raio interior do núcleo toroidal (contorno ℓ_1 da figura 2)[1]

$$\oint_{\ell_1} \frac{\overline{B}}{\mu_0} d\overline{\ell} = 2\pi \frac{R\,B}{\mu_0} = 0 \qquad (1)$$

- se o contorno tem um raio R_2 superior a R_i e inferior a R_e, raio exterior do núcleo toroidal (contorno ℓ_2 da figura 2)

$$\oint_{\ell_2} \frac{\overline{B}}{\mu} d\overline{\ell} = 2\pi \frac{R\,B}{\mu} = N\,I \qquad (2)$$

- finalmente, se o contorno tem um raio R_3 superior a R_2 (contorno ℓ_3 da figura 2)

$$\oint_{\ell_3} \frac{\overline{B}}{\mu_0} d\overline{\ell} = 2\pi \frac{R\,B}{\mu_0} = N\,I - N\,I = 0 \qquad (3)$$

[1] na realidade, para todo o contorno que se situe num plano que não corte a bobine.

onde μ_0 representa a permeabilidade magnética do vazio (aproximação da permeabilidade magnética do ar) e μ a permeabilidade magnética do material constitutivo do núcleo toroidal.

Constata-se que o campo de indução magnética é nulo em qualquer ponto fora do núcleo toroidal. Todo o fluxo induzido pela corrente I circula no interior deste volume, tal como a corrente eléctrica também só circula nos materiais condutores. Por analogia com os circuitos eléctricos, pode definir-se o núcleo toroidal como um circuito magnético.

5. LEI DE HOPKINSON

Se o raio interior R_i e o raio exterior R_e do núcleo toroidal têm valores muito próximos (o que equivale a dizer que a dimensão das espiras é muito reduzida face ao raio médio ($R_{méd} = (R_i + R_e)/2$), pode admitir-se, sem grande erro, que todos os contornos de integração situados no interior do núcleo toroidal têm todos, aproximadamente, o mesmo comprimento $2\pi R_{méd}$.

Esta hipótese permite admitir que o campo de indução magnética é praticamente constante em todos os pontos de uma secção circular do núcleo (secção perpendicular ao núcleo). Como, por outro lado, o campo de indução $\overline{B}$ é perpendicular em todos os pontos desta secção (porque é tangente ao contorno de integração), o fluxo Φ através de uma secção circular do núcleo, vale, aproximadamente:

$$\Phi = \iint_S \overline{B} d\overline{S} = B\, S \tag{4}$$

onde S representa a secção perpendicular ao núcleo (secção de forma circular) . Combinando (2) e (4), obtém-se:

$$\Phi = \frac{\mu\, S}{\ell} N\, I \tag{5}$$

sendo $\ell = 2\pi R_{méd}$

Designa-se :

$F.m.m. = N\, I$ a força magnetomotriz que se exprime em Ampère-espira (Ae) ;

$\Re = \dfrac{\ell}{\mu S}$ a relutância magnética do circuito magnético que se em exprime Ampère-espira por Weber (Ae/Wb)

o que permite reescrever (5) sob a forma :

$$F.m.m. = \Re\, \Phi \tag{6}$$

Esta expressão é conhecida como Lei de Hopkinson.

6. ANALOGIA CIRCUITOS MAGNÉTICOS / CIRCUITOS ELÉCTRICOS

Com os conceitos anteriores, podem-se estabelecer-se analogias entre os circuitos magnéticos e os circuitos eléctricos:

- ao fluxo magnético Φ que circula num circuito magnético, corresponde a corrente eléctrica I que circula num circuito magnético,

- à força magnetomotriz $F.m.m.$, corresponde a força electromotriz U ;

- à relutância magnética $\Re$ de um condutor magnético de comprimento, secção S e de permeabilidade μ, corresponde a resistência R de um condutor eléctrico de comprimento ℓ, secção S e de condutividade σ ; tem-se $\Re = \dfrac{\ell}{\mu\, S}$ e $\Re = \dfrac{\ell}{\sigma\, S}$;

- finalmente, à lei de 'Hopkison $F.m.m. = \Re\ \Phi$ corresponde a lei de Ohm $U = R\ I$

Pode-se igualmente definir a permeância $P = 1/\Re$ de um circuito magnético que corresponde à condutância $G = 1/R$ de um circuito eléctrico.

Circuito magnético	**Circuito eléctrico**
Fluxo (Φ)	Corrente (I)
Força magnetomotriz ($F.m.m.$)	Força electromotriz (U)
Relutância ($\Re$)	Resistência (R)
Permeância ($P = 1/\Re$)	Condutância ($G = 1/R$)
Lei de Hopkison ($F.m.m. = \Re\ \psi$)	Lei de Ohm ($U = R\ I$)

Analogias circuitos magnéticos / circuitos eléctricos.

7. APLICAÇÃO À MODELIZAÇÃO DE UM CONVERSOR ELECTROMECÂNICO

Como exemplo, vai aplicar-se a noção de circuito magnético à modelização do electroíman representado na figura 3, no qual se admite que o fluxo magnético está confinado no interior das peças de material ferromagnético e no entreferro que as separa.

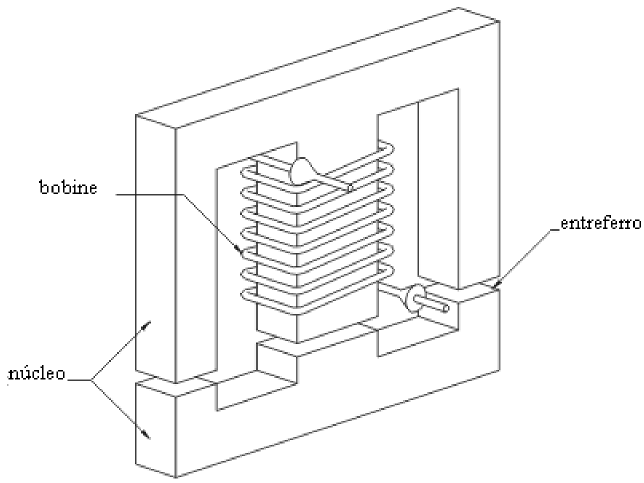

Figura 3 - Representação esquemática de um electroíman

8. DEFINIÇÃO DE UM CIRCUITO MAGNÉTICO EQUIVALENTE

Um cálculo através do método dos elementos finitos (Figura 4) permite verificar a pertinência da hipótese admitida, de o fluxo se encontrar confinado às peças de material ferromagnético e aos três entreferros

A hipótese admitida corresponde a negligenciar o fluxo de fugas (fluxo que não atravessa os entreferros). Este fluxo de fugas é tanto menor quanto menor for o entreferro a atravessar ou quanto maior for a permeabilidade magnética relativa do material ferromagnético [2]

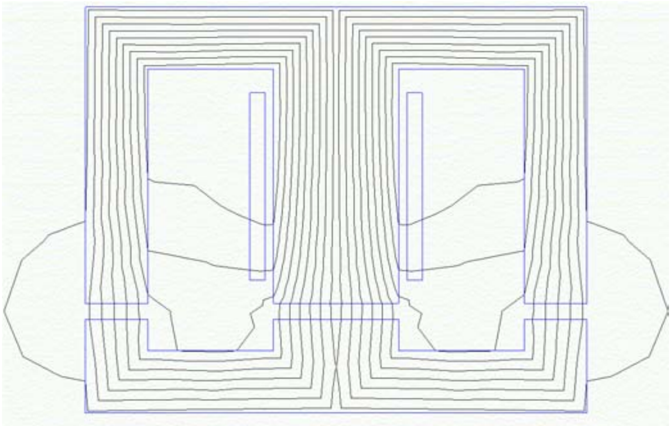

Figura 4 - Esquematização do fluxo magnético através de elementos finitos

9. SIMPLIFICAÇÃO DE UM CIRCUITO MAGNÉTICO

Atendendo à simetria geométrica do circuito, é possível o seu estudo utilizando apenas metade do circuito (Figura 5). Os fluxos que circulam em cada um dos segmentos laterais são iguais e correspondem a metade do fluxo que passa pelo segmento central ou, o que é o mesmo, correspondem ao fluxo que passa em metade do segmento central.

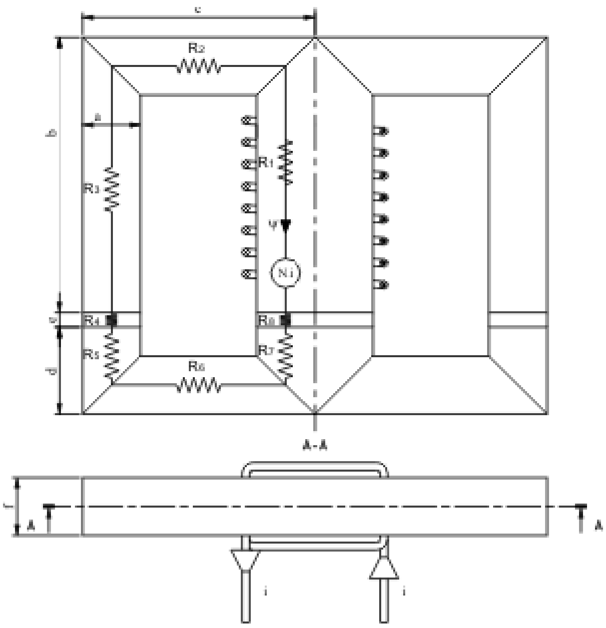

Figura 5 - Simetria geométrica do circuito magnético

10. RELAÇÃO FLUXO-CORRENTE

Conhecido o comprimento médio ℓ e a secção S dos diferentes segmentos do circuito magnético assim como a permeabilidade magnética μ do material que os constitui, podem-se calcular as nove relutâncias parciais do circuito, a partir da fórmula genérica:

---

[2] Admitindo que os materiais magnéticos estão pouco saturados.

$$\Re = \frac{\ell}{\mu S}$$

Se μ_r é a permeabilidade relativa do material ferromagnético que constitui o núcleo ($\mu = \mu_r \mu_0$), permeabilidade esta que se supõe constante para qualquer valor de corrente I (o que equivale a desprezar a saturação), obtém-se:

$$\Re_1 = \Re_3 = \frac{b - \frac{a}{2}}{\mu_r \ \mu_0 \ a \ f}$$

$$\Re_2 = \Re_2 = \frac{e - a}{\mu_r \ \mu_0 \ a \ f}$$

$$\Re_4 = \Re_8 = \frac{e}{\mu_r \ \mu_0 \ a \ f}$$

$$\Re_5 = \Re_7 = \frac{d - \frac{e}{2}}{\mu_r \ \mu_0 \ a \ f}$$

Os fluxos que circulam em cada um dos segmentos laterais (iguais a metade do fluxo do segmento central do circuito) obtêm-se através de :

$$\frac{\Phi}{2} = \frac{N \ I}{\sum_{i=1}^{8} \Re_i} = \frac{N \ I \ \mu_r \ \mu_0 \ a \ f}{2e + \frac{2b + 2c + 2d - 4a}{\mu_r}} \tag{7}$$

Note-se que, se o comprimento total do circuito é negligenciável face a μ_r vezes o comprimento total dos entreferros, não se comete um grande erro na relação fluxo-corrente, se se considerar que a relutância total do circuito é apenas a relutância devida aos entreferros [3]. Para um μ_r superior a 1000 e entreferros inferiores a 1mm, esta aproximação é válida desde que o comprimento total do circuito seja inferior a 2 m.

11. CÁLCULO DA CO-ENERGIA MAGNÉTICA E DA FORÇA DE ATRACÇÃO

O fluxo induzido pelas N espiras é:

$$\lambda = N \ \Phi = L \ I$$

substituindo a expressão (7),

$$L = \frac{N^2 \mu_0 \ a \ f}{e + \frac{b + c + d - 2a}{\mu_r}}$$

[3] É este tipo de simplificação que se efectua nos conversores electromagnéticos, quando se admite que a permeabilidade dos materiais magnéticos que os constituem é infinita.

A co-energia magnética [4] resulta:

$$W_{cm} = \int_0^i \lambda \, di_k = \frac{1}{2} L \, I^2$$

Finalmente, a força de atracção entre dois elementos do núcleo magnético obtém-se de:

$$F_e = \frac{\partial W_{cm}}{\partial e} = \frac{N^2 I^2 \mu_0 \, a \, f}{2\left(e + \dfrac{b + c + d - 2a}{\mu_r}\right)^2}$$

Ela é tanto maior quanto menor for e, atingindo um valor máximo de:

$$F_{e,máx} = \frac{N^2 I^2 \mu_r \, \mu_0 \, a \, f}{2(b + c + d - 2a)^2}$$

para $e = 0$

[4] que, neste caso, é numericamente igual à energia magnética, uma vez que a relação fluxo-corrente é linear.