e-LEE
e-Learning tools for Electrical Engineering

Temática – Máquinas Eléctricas

Capítulo – Conversão Electromagnética

Secção –

# MOTOR OSCILANTE DE RELUTÂNCIA

## INTRODUÇÃO

Este problema baseia-se no caso de um motor oscilante de relutância utilizado nas máquinas de barbear. Esta aplicação ilustra ao interesse dos conceitos de energia (e co-energia para determinar o binário fornecido). A lei de Laplace não se aplica a este tipo de motores.

pré-requisito:
nível :
duração estimada :
autor: Damien Grenier
realização: Sophie Labrique
versão portuguesa: Maria José Resende

Este projecto é financiado pela União Europeia no âmbito de uma acção Sócrates-Minerva. As informações nele contidas são da exclusiva responsabilidade dos seus autores. A União Europeia declina toda a responsabilidade relativamente ao seu uso.

ENUNCIADO DO PROBLEMA

A figura 1 representa um esquema em corte de um motor de relutância utilizado para comandar o movimento oscilante das lâminas de corte de certo tipo de máquinas eléctricas de barbear. Na ausência de corrente na bobine, a parte móvel da máquina é mantida numa posição excêntrica $\theta = \theta_0$, através de uma mola não representada na figura. Fazendo circular uma corrente $i$ na bobine, aparece um binário de origem electromagnética que tende a alinhar a parte móvel sobre a parte fixa. Se a corrente $i$ é alternada e com uma frequência igual a metade da frequência própria de oscilação do sistema mecânico formado pela parte móvel e pela mola, cria-se um movimento oscilante.

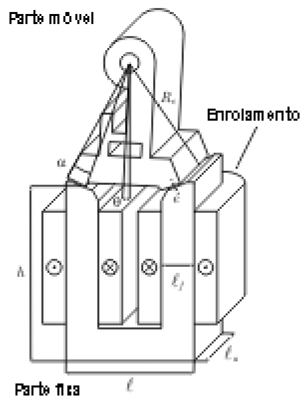


Figura 1

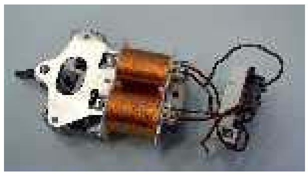

Figura 1b

Cada enrolamento da bobine é composto por $n$ espiras. Os dois enrolamentos estão ligados em série.

- $R_e$ é o raio médio do entreferro: $R_e$= 28mm
- $e$ é o comprimento do entreferro: $e$= 0,1 mm
- $\alpha$ é a abertura angular das peças magnéticas ao nível do entreferro: $\alpha$= 9,2°
- $\ell$ é o comprimento do motor: $\ell$= 28 mm
- $\ell_a$ é o comprimento do motor: $\ell_a$= 12 mm
- $h$ é a altura média do estator ao nível do entreferro: $h$= 37,7 mm
- $\ell_f$ é a largura média do núcleo de ferro: $\ell_f$= 7 mm
- $\theta$ é a posição angular da parte móvel, relativamente à sua posição de alinhamento com a parte fixa

## 1. Cálculo do binário de origem electromagnética admitindo que o ferro tem permeabilidade infinita

<u>Pergunta</u>:

Calcular o binário electromagnético em função da posição $\theta$ do rotor ($|\theta| < \alpha$) e da corrente $i$ que circula nas bobines. Considere que a secção de cada uma das bobines é 115 mm$^2$ e que a densidade média de corrente é $j$ = 1 A/mm$^2$. Admita que a permeabilidade do ferro é infinita e que o fluxo de fugas pode ser desprezado.

Ajuda:

Como se pode demonstrar, o binário é igual à variação, em função da posição, da co-energia magnética armazenada, estando esta expressa em função da corrente $i$.

Mais ajuda:

No caso de linearidade magnética, a co-energia magnética é numericamente igual à energia magnética

$$W_{mag} = W_{cmag} = \frac{1}{2}Li^2$$

onde $L$ representa a indutância própria do enrolamento.

Mais ajuda:

Se se considerar a permeabilidade do ferro infinita e os fluxos de fuga desprezáveis, a indutância própria do enrolamento $L$, é igual a $n$ vezes o fluxo $\phi$ que atravessa o entreferro, dividido pelo valor da corrente que circula no enrolamento

$$L = \frac{n\phi}{i}$$

Mais ajuda:

Se se considerar a permeabilidade do ferro infinita

- o campo $H$ no ferro é nulo
- o campo $H$ nas superfícies de separação entre o ferro e os entreferros é perpendicular a essas superfícies.

Se os fluxos de fuga forem desprezáveis (porque os entreferros são de reduzida dimensão), pode admitir-se que o campo no entreferro $H_e$ é constante e perpendicular às superfícies.

Resposta:

Para $|\theta| < \alpha$, tem-se:

$$C_{em} = \frac{-\mu_0 R\ell n^2 i^2}{4e} \frac{\theta}{|\theta|}$$

A figura 2 representa a evolução do binário em função da posição para o caso $ni = 230\ Ae$.

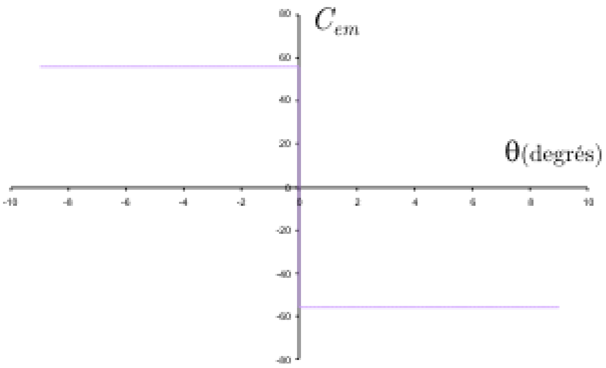


Figura 1 : Evolução do binário em função da posição (admitindo a permeabilidade do ferro infinita)

Demonstração da resposta:

Em qualquer ponto do entreferro tem-se:

$$H_e = \frac{ni}{2e}$$

Do campo $\vec{H}_e$ no entreferro, passa-se ao campo de indução $\vec{B}_e$ através da relação $\vec{B}_e = \mu_0 \vec{H}_e$
.

Sendo $\vec{B}_e$ perpendicular à superfície do entreferro, o fluxo $\phi$ que atravessa cada um dos entreferros vale, para $|\theta| < \alpha$:

$$\phi = \int_S \vec{B}\vec{ds} = B_e R_e(\alpha - |\theta|)\ell = \frac{\mu_0 R_e(\alpha - |\theta|)\ell ni}{2e}$$

uma vez que a abertura angular das zonas onde as peças ferromagnéticas estão face a face uma com a outra é igual $\alpha - \theta$ para $\theta > 0$, e igual a $\alpha - (-\theta)$ para $\theta < 0$.

## 2. Consideração do comprimento do circuito magnético

O comprimento médio do núcleo magnético pode ser estimado através de:

$$L_f = 2(\ell - \ell_f) + 2h = 117,4\text{mm}$$

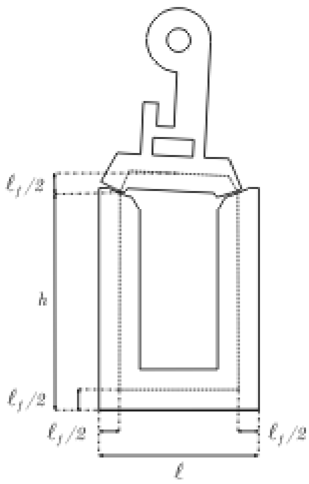


Figura 2: Comprimento médio do núcleo magnético

Se se considerar que o ferro tem uma permeabilidade relativa de $\mu_r = 2000$ (e não infinita), a razão entre o comprimento do circuito magnético e a permeabilidade relativa do ferro ($L_f/\mu_r = 0,059\text{mm}$) não é desprezável face à razão entre o comprimento do entreferro e a permeabilidade relativa do ar ($2e/1 = 0,2mm$). Assim sendo, deverá ser tida em consideração a relutância magnética do ferro.

Pergunta:

Refazer o cálculo do binário electromagnético admitindo que a permeabilidade relativa do ferro é constante (ausência de saturação) e igual a $\mu_r = 2000$. Consideram-se desprezáveis os fluxos de fugas.

Ajuda:

Para calcular, de forma simplificada, a relutância do circuito, admite-se que o campo é uniforme. Esta hipótese não se verifica nas imediações do entreferro uma vez que a parte móvel e a parte fixa não estão alinhadas; nesta zona, as linhas de campo tendem a concentrar-se na zona do espaço onde existem peças de ferro face a face. O erro cometido com esta hipótese será tanto maior quanto menor for a zona onde a parte móvel e a parte fixa se encontram face a face.

Resposta:

Para $|\theta| < \alpha$, tem-se:

$$C_{em} = \frac{-\mu_0 R_e \ell n^2 r^2 e}{[2e + \frac{L_f R_e(\alpha - |\theta|)}{\mu_r \ell_f}]^2} \frac{|\theta|}{\theta}$$

Relativamente à situação em que se considera a permeabilidade do ferro infinita (resposta da figura 1), verifica-se uma redução superior a 25% do binário electromagnético.

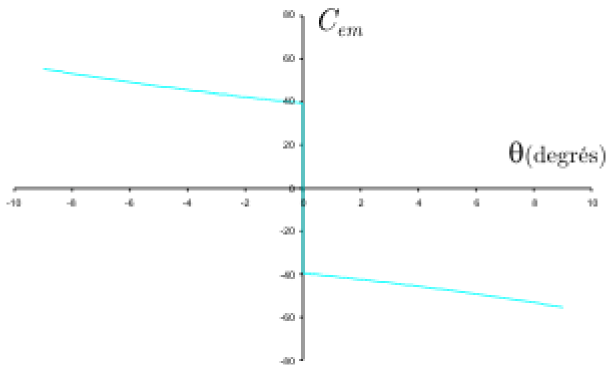


Figura 1 : Evolução do binário em função da posição

Demonstração da resposta:

Em qualquer ponto do entreferro tem-se :

$$H_e = \frac{ni}{2e}$$

Do campo $\vec{H}_e$no entreferro, passa-se ao campo de indução $\vec{B}_e$ através da relação $\vec{B}_e = \mu_0 \vec{H}_e$.

Sendo $\vec{B}_e$ perpendicular à superfície do entreferro, o fluxo $\phi$que atravessa cada um dos entreferros vale, para $|\theta| < \alpha$:

$$\phi = \int_S \vec{B} d\vec{s} = B_e R_e(\alpha - |\theta|)\ell = \frac{\mu_0 R_e(\alpha - |\theta|)\ell ni}{2e}$$

uma vez que a abertura angular das zonas onde as peças ferromagnéticas estão face a face uma com a outra é igual $\alpha - \theta$ para $\theta > 0$, e igual a $\alpha - (-\theta)$ para $\theta < 0$.

## 3. Efeito da saturação

O material ferromagnético que constitui o núcleo não tem uma permeabilidade constante e a sua curva de saturação está representada na figura seguinte.

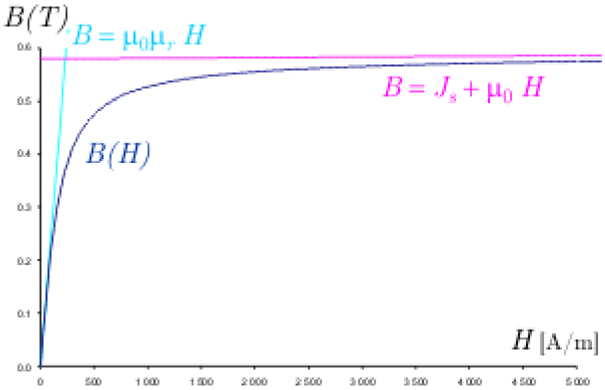


Figura 3 : Curva de saturação do material ferromagnético

Admitindo que o material satura de forma homogénea no conjunto do núcleo, calcular em $\theta = 0$, o valor do campo $H_f$, deduzindo a expressão da permeabilidade relativa do material nesse ponto e calcular o valor do binário electromagnético correspondente.

Pergunta:

Admitindo que o material satura de forma homogénea no conjunto do núcleo, calcular em $\theta = 0$, o valor do campo $H_f$, deduzindo a expressão da permeabilidade relativa do material nesse ponto e calcular o valor do binário electromagnético correspondente.

Ajuda:

Uma vez que o valor da permeabilidade relativa do material $\mu_r$ é necessário para a determinação de $H_f$ e o valor de $\mu_r$ depende de $H_f$, tem de utilizar-se um cálculo iterativo.

Resposta:

Para $\theta$ próximo de zero, a indução $B_e$ no entreferro é mínima (ver demonstração da resposta à pergunta 2) e, portanto, também o campo $H_e$.

Para a mesma força magnetomotriz, o campo $H_f$ será então máximo pois, através da lei de Ampère, tem-se:

$$2H_e e + H_f L_f = nI$$

A posição de alinhamento das peças rotóricas e estóricas corresponde ao ponto onde o material constitutivo do núcleo está mais saturado.

Tem-se:

$$H_f = 8651\text{A/m} \quad \text{para} \quad B_f = 0{,}519T$$

A que corresponde uma permeabilidade relativa de:

$$\mu_{r,min} = \frac{B_f}{\mu_0 H_f} = 477{,}5$$

Demonstração da resposta:

Em qualquer ponto do entreferro tem-se :

$$H_e = \frac{ni}{2e}$$

Do campo $\vec{H}_e$ no entreferro, passa-se ao campo de indução $\vec{B}_e$ através da relação $\vec{B}_e = \mu_0 \vec{H}_e$
.

Sendo $\vec{B}_e$perpendicular à superfície do entreferro, o fluxo $\phi$que atravessa cada um dos entreferros vale, para $|\theta| < \alpha$:

$$\phi = \int_S \vec{B}\vec{ds} = B_e R_e(\alpha - |\theta|)\ell = \frac{\mu_0 R_e(\alpha - |\theta|)\ell ni}{2e}$$

uma vez que a abertura angular das zonas onde as peças ferromagnéticas estão face a face uma com a outra é igual $\alpha - \theta$ para $\theta > 0$, e igual a $\alpha - (-\theta)$ para $\theta < 0$.