e-LEE
e-Learning tools for Electrical Engineering

Temática – Electrónica de Potência

Capítulo – Onduladores

Secção – Comando de Plena Onda

ANÁLISE HARMÓNICA DAS TENSÕES DE SAÍDA

INTRODUÇÃO

As tensões aplicadas na carga obtêm-se dos potenciais aos terminais dos diferentes braços.

Pode, portanto, calcular-se a análise harmónica das tensões de saída a partir dos potenciais dos braços.

Então, vamos primeiro efectuar a **análise harmónica do potencial de um braço** , para depois aplicar os resultados aos potenciais dos diferentes braços, com vista a obter:

- a análise harmónica da tensão de saída de um ondulador monofásico
- a análise harmónica da tensão de saída de um ondulador trifásico

de que tiraremos conclusões. .

- pré requisitos :
- niveau : Bases da engenharia electrotécnica ou área de especialização
- duração estimada : 1/2 hora
- autor : Francis Labrique
- realização : Sophie Labrique
- versão portuguesa: Fernando Alves da Silva

Este projecto é financiado pela União Europeia no âmbito de uma acção Sócrates-Minerva. As informações nele contidas são da exclusiva responsabilidade dos seus autores. A União Europeia declina toda a responsabilidade relativamente ao seu uso.

GUIA DO LABORATÓRIO

Para analisar o conteúdo harmónico das tensões de saída, pode começar por calcular-se o dos potenciais P_j de cada braço

Aplicação ao ondulador monofásico

Tal como no ondulador monofásico, também no ondulador trifásico se pode partir do desenvolvimento em série de Fourier do potencial dos braços.

QUESTÃO 1

- ***Descreva a evolução temporal da corrente i′ desde 0 à T em regime permanente?***

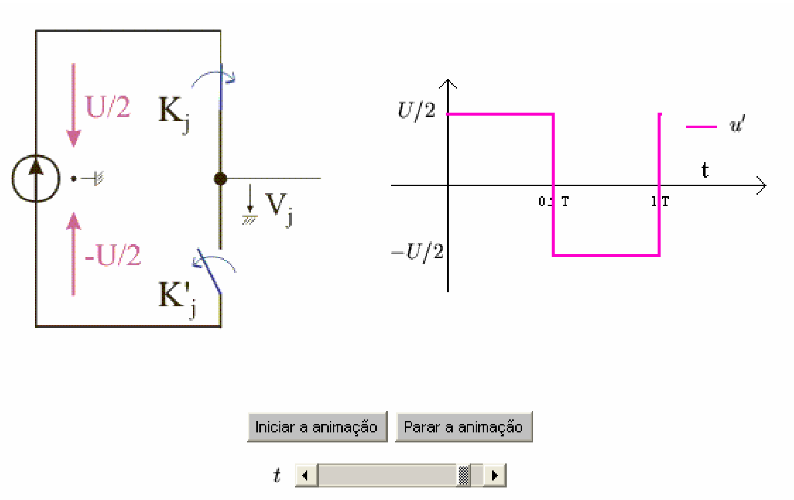

Figura 1 - Animação

QUESTÃO 1: RESPOSTA

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{2U}{\pi}\sin\omega t + \frac{2U}{3\pi}\sin 3\omega t + \frac{2U}{5\pi}\sin 5\omega t + \ldots \\ &= \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2U}{(2j-1)\pi}\sin[(2j-1)\omega t] \end{aligned}$$

com

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

onde T é o período.

O primeiro termo do desenvolvimento é a componente fundamental de P_1. É uma sinusóide de pulsação ω. Os outros termos são as harmónicas de P_1. São sinusóides de pulsação 3ω, 5ω, 7ω, ...

A componente fundamental é o termo útil de P_1.

QUESTÃO 1: JUSTIFICAÇÃO

O potencial P_1 vale $U/2$ desde 0 até $T/2$ e vale $-U/2$ desde $T/2$ até T.

Devido às simetrias $(P_1(-t) = -P_1(t)$, $P_1(T/4 - t) = P_1(T/4 + t))$, o seu desenvolvimento em série de Fourier só contém os termos em seno e harmónicas ímpares.

A amplitude do termo de ordem k vale:

$$U_k = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{U}{2}\sin(k\omega t)d\omega t \quad ; \quad \text{avec} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Donde:

$$U_k = \frac{2U}{k\pi}$$

QUESTÃO 2

- ***Deduza o desenvolvimento em série de Fourier de P_A, P_B, P_C, bem como o de u'_A para uma carga trifásica equilibrada em estrela com neutro isolado.***

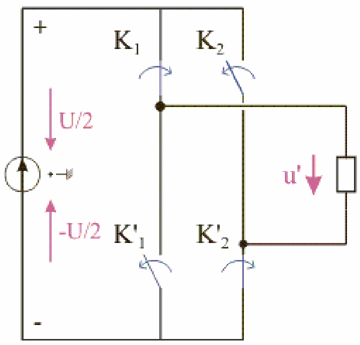

Figura 2

QUESTÃO 2: RESPOSTA

$$u' = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{4\pi}{(2j-1)\pi}\sin[(2j-1)\omega t] \quad avec \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

QUESTÃO 2: JUSTIFICAÇÃO

O potencial P_2 é simétrico do potencial P_1.

Donde:

$$P_2 = -\sum_{j=1}^{\infty} \frac{2U}{(2j-1)\pi} \sin[(2j-1)\omega t]$$

Como

$$u' = P_1 - P_2$$

Tem-se

$$u' = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{4U}{(2j-1)\pi} \sin[(2j-1)\omega t]$$

Aplicação ao ondulador trifásico

Tal como no ondulador monofásico, também no ondulador trifásico se pode partir do desenvolvimento em série de Fourier do potencial dos braços.

QUESTÃO 3:

- ***Determine o desenvolvimento em série de Fourier dos potenciais P_A, P_B, P_C considerando como origem dos tempos a passagem de P_A de -U/2 para +U/2.***

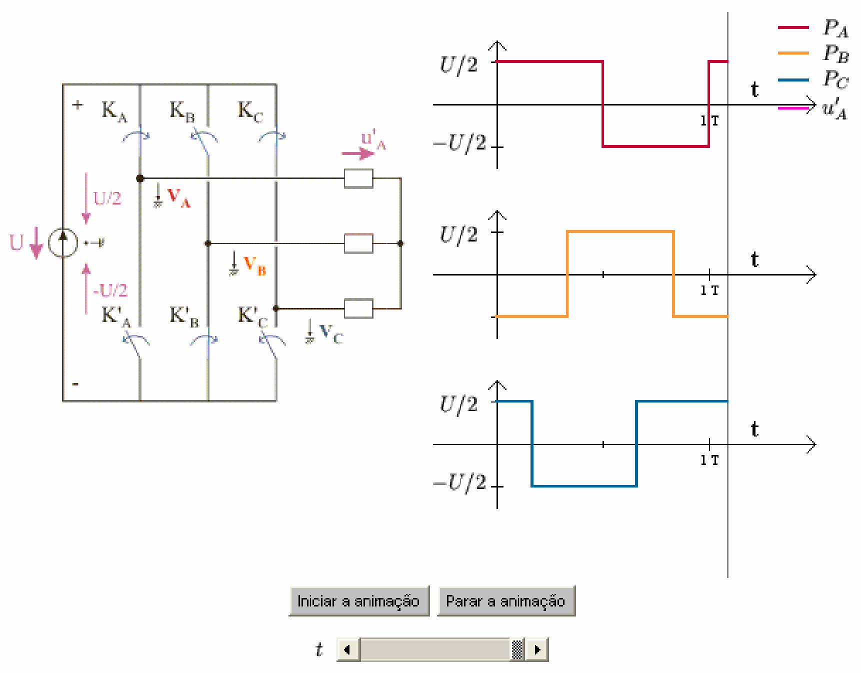

Figura 3 - Animação

QUESTÃO 3: RESPOSTA

$$\begin{aligned} P_A &= \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2U}{(2j-1)\pi} \sin[(2j-1)\omega t] \\ P_B &= \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2U}{(2j-1)\pi} \sin[(2j-1)(\omega t - \frac{2\pi}{3})] \\ P_C &= \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2U}{(2j-1)\pi} \sin[(2j-1)(\omega t - \frac{4\pi}{3})] \end{aligned}$$

com $\omega = 2\pi/T$, sendo T o período de funcionamento.

QUESTÃO 3: JUSTIFICAÇÃO

O desenvolvimento em série de Fourier de P_A é idêntico ao de P_1 para o ondulador monofásico.

$$P_A = \frac{2U}{(2j-1)\pi} \sum_{j=1}^{\infty} \sin[(2j-1)\omega t] \quad , \quad \omega = 2\pi/T$$

Como P_B está deslocado de $T/3$ em relação a P_A, obtém-se o desenvolvimento em série de Fourier de P_B, substituindo no de P_A, a variável t por $t - T/3$, ou a variável ωt por $\omega t - 2\pi/3$:

$$\begin{aligned} P_B &= \sum_{j-1}^{\infty} \frac{2U}{(2j-1)\pi} \sin[2(j-1)\omega(t - T/3)] \\ &= \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2U}{(2j-1)\pi} \sin[(2j-1)(\omega t - 2\pi/3)] \end{aligned}$$

O desenvolvimento em série de Fourier de P_C obtém-se substituindo no de P_A, a variável t por $t - 2T/3$, ou a variável ωt por $\omega t - 4\pi/3$.

QUESTÃO 4:

- ***Deduza o desenvolvimento em série de Fourier de P_A, P_B, P_C, bem como o de u'_A para uma carga trifásica equilibrada em estrela com neutro isolado.***

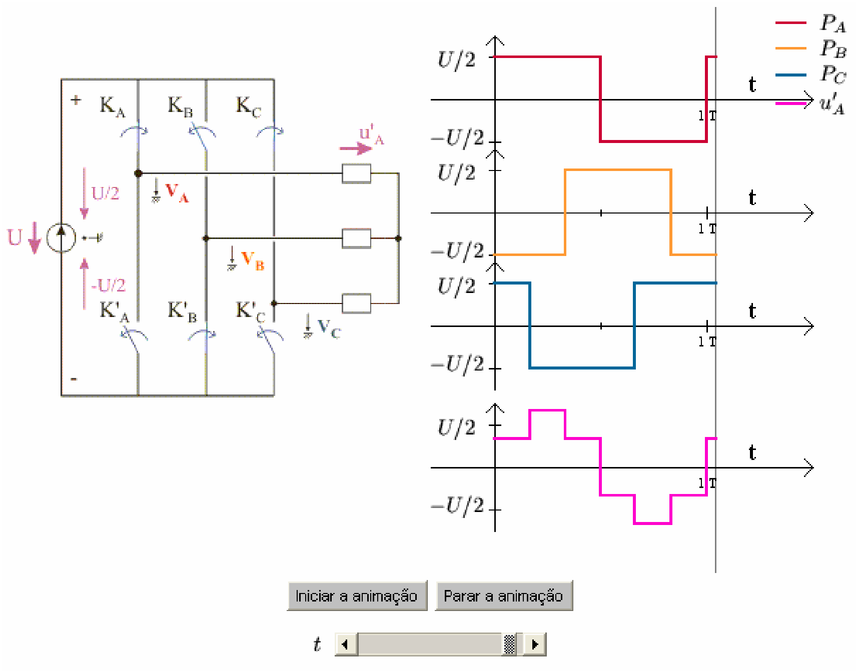

Figura 4 - Animação

QUESTÃO 4: RESPOSTA

$$u'_A = \frac{2U}{\pi}\sin\omega t + \sum_{j=1}^{\infty}\left\{\frac{2U}{(6j-1)}\sin[(6j-1)\omega t] + \frac{2U}{(6j+1)}\sin[(6j+1)\omega t]\right\}$$

Além da fundamental, apenas existem as harmónicas de ordem $6j-1$ e $6j+1$, ou seja as harmónicas de ordem 5, 7, 11, 13, ... As harmónicas de ordem múltipla de 3 presentes em P_A, P_B, P_C cancelam, porque são componentes homopolares (ficando todas em fase)

QUESTÃO 4: JUSTIFICAÇÃO

Utiliza-se a relação:

$$u'_A = \frac{2}{3}P_A - \frac{1}{3}P_B - \frac{1}{3}P_C$$

Para a componente fundamental de u'_{A1} e de u'_A, tem-se:

$$\begin{aligned} u'_{A1} &= \frac{2}{3}\cdot\frac{2U}{\pi}\sin\omega t - \frac{1}{3}\cdot\frac{2U}{\pi}\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) - \frac{1}{3}\cdot\frac{2U}{\pi}\sin(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \\ &= \frac{2}{3}\cdot\frac{2U}{\pi}\sin\omega t - \frac{1}{3}\cdot\frac{2U}{\pi}[\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) + \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})] \\ &= \frac{2}{3}\cdot\frac{2U}{\pi}\sin\omega t + \frac{1}{3}\cdot\frac{2U}{\pi}\sin\omega t = \frac{2U}{\pi}\sin\omega t \end{aligned}$$

Para a harmónica de ordem 3 de u'_A, vem:

$$\begin{aligned} u'_{A3} &= \frac{2}{3}\cdot\frac{2U}{3\pi}\sin 3\omega t - \frac{1}{3}\cdot\frac{2U}{3\pi}\sin[3(\omega t - \frac{2\pi}{3})] - \frac{1}{3}\sin[3(\omega t - \frac{4\pi}{3})] \\ &= \frac{2}{3}\cdot\frac{2U}{3\pi}\sin 3\omega t - \frac{1}{3}\cdot\frac{2U}{3\pi}\sin 3\omega t - \frac{1}{3}\cdot\frac{2U}{3\pi}\sin 3\omega t = 0 \end{aligned}$$

As harmónicas de ordem 3 de P_A, P_B, P_C ficam em fase, formando um sistema homopolar que cancela na tensão u'_A.

Do mesmo modo poderiam ser encontradas outras harmónicas de ordem superior.

NOTA.

Também pode utilizar-se a forma de onda da tensão u'_A para efectuar a sua decomposição em série de Fourier.