e-Learning tools for Electrical Engineering

Temática – Circuitos Eléctricos

Capítulo – Sistemas Trifásicos

LIGAÇÃO DE CARGAS

INTRODUÇÃO

Nesta secção, estudam-se dois tipos de ligação de cargas trifásicas (ligação em estrela e ligação em triângulo ou delta) deduzindo as relações entre correntes na linha e correntes nas fases, para cada tipo de ligação. Faz-se uma comparação entre estes dois tipos de ligações, nomeadamente quanto às tensões aplicadas a cada fase da carga, às correntes nas fases e às correntes nas linhas. Exemplifica-se o conceito de carga desequilibrada.

- Pré-requisitos: Conceitos Básicos
- Nivel : Bases de Engenharia Electrotécnica
- Duração estimada: 30 minutos
- Autor: Maria José Resende
- Realização : Sophie Labrique

Este projecto é financiado pela União Europeia no âmbito de uma acção Sócrates-Minerva. As informações nele contidas são da exclusiva responsabilidade dos seus autores. A União Europeia declina toda a responsabilidade relativamente ao seu uso.

1. LIGAÇÃO EM ESTRELA

Uma carga trifásica é um conjunto de 3 cargas monofásicas, isto é, 3 impedâncias. Cada uma das impedâncias é designada por **fase da carga**. Se estas 3 impedâncias forem iguais, designa-se por **carga equilibrada**; será uma **carga desequilibrada**, caso contrário. As cargas desequilibradas serão analisadas na secção Cargas Desequilibradas.

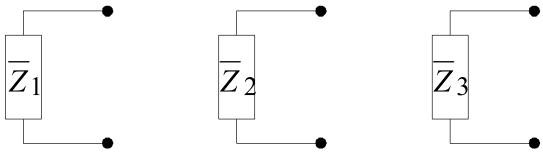

Figura 1 – Cargas Monofásicas

$$\overline{Z}_1 = \overline{Z}_2 = \overline{Z}_3 = Z\, e^{j\varphi} \Rightarrow \textbf{Carga equilibrada}$$

Uma das formas de ligar as 3 impedâncias é, à semelhança do que se fez para a fonte, ligar cada fase da carga a uma fase da fonte, tal como se esquematiza na Figura 2. Este tipo de ligação designa-se por **ligação estrela**.

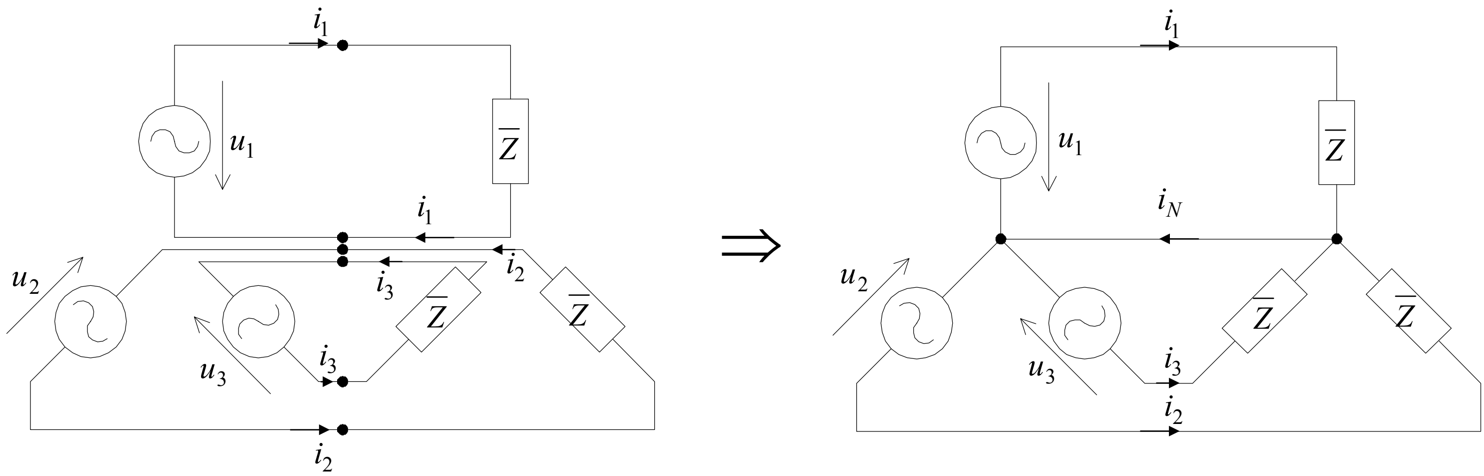

Figura 2 – Carga trifásica ligada em estrela

Circulando em cada uma das malhas que inclui uma fase do gerador, uma fase da carga e se fecha pelo condutor de neutro, verifica-se que, a cada fase da carga, U_F , (isto é, a cada uma das impedâncias da carga) fica aplicada a tensão da fase do gerador, isto é, uma tensão simples, U_S , (uma tensão entre o condutor de fase e o neutro).

$$\text{Carga ligada em estrela} \Rightarrow U_F = U_S$$

As amplitudes complexas das correntes (em valor eficaz) que circulam na carga são:

$$\overline{I}_1 = \frac{\overline{U}_1}{\overline{Z}} = \frac{U_{ef}\; e^{j0}}{Z\; e^{j\varphi}} = \frac{U_{ef}}{Z} e^{-j\varphi}$$

$$\overline{I}_2 = \frac{\overline{U}_2}{\overline{Z}} = \frac{U_{ef}\; e^{-j\frac{2\pi}{3}}}{Z\; e^{j\varphi}} = \frac{U_{ef}}{Z} e^{je^{-j\left(\frac{2\pi}{3}+\varphi\right)}}$$

$$\overline{I}_3 = \frac{\overline{U}_3}{\overline{Z}} = \frac{U_{ef}\; e^{-j\frac{4\pi}{3}}}{Z\; e^{j\varphi}} = \frac{U_{ef}}{Z} e^{je^{-j\left(\frac{4\pi}{3}+\varphi\right)}}$$

Onde, por simplicidade, se admitiu que $u_1(t)$ tem uma fase inicial nula.

Este conjunto de 3 correntes, tem a mesma amplitude e estão desfasadas entre si de $\frac{2\pi}{3}$, pelo que constituem um sistema trifásico equilibrado de correntes. Assim sendo, a corrente no condutor de neutro será nula pois, aplicando a Lei dos Nós a qualquer um dos 2 nós do circuito, se obtém:

$$\overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3 = \overline{I}_N = 0$$

O diagrama vectorial das correntes e tensões nas fases de uma carga equilibrada ligada em estrela encontra-se representado na Figura 3

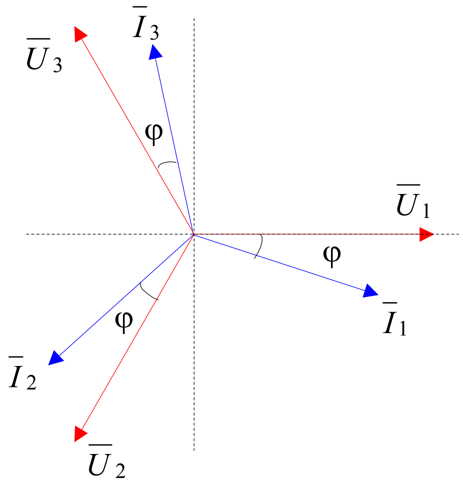

Figura 3 – Diagrama vectorial de tensões e correntes nas fases de uma carga equilibrada ligada em estrela

Nesta situação de equilíbrio, o condutor de neutro pode ser retirado, mantendo-se as tensões nas fases da carga iguais às tensões nas fases do gerador.

No caso de uma carga ligada em estrela, as correntes na linha de transmissão, $\overline{I}_L$, (correntes entre o gerador e a carga) são iguais às correntes nas fases da carga, $\overline{I}_F$, (isto é, as correntes que atravessam cada uma das impedâncias da carga).

Carga em estrela $\Rightarrow \overline{I}_L = \overline{I}_F$

2. LIGAÇÃO EM TRIÂNGULO OU DELTA

As 3 cargas monofásicas referidas na secção anterior podem também ser ligadas sequencialmente, formando um triângulo, como se esquematiza na Figura 4.

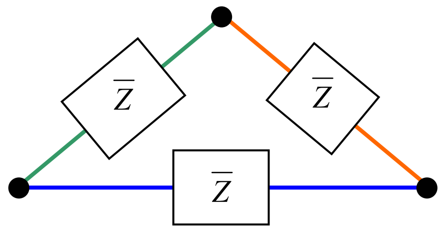

Figura 4 – Carga Trifásica Ligada em Triângulo ou Delta

Para alimentar esta carga com a fonte de tensão trifásica, liga-se cada um dos condutores de fase da fonte, aos vértices do triângulo formado pela carga, tal como se esquematiza na figura seguinte.

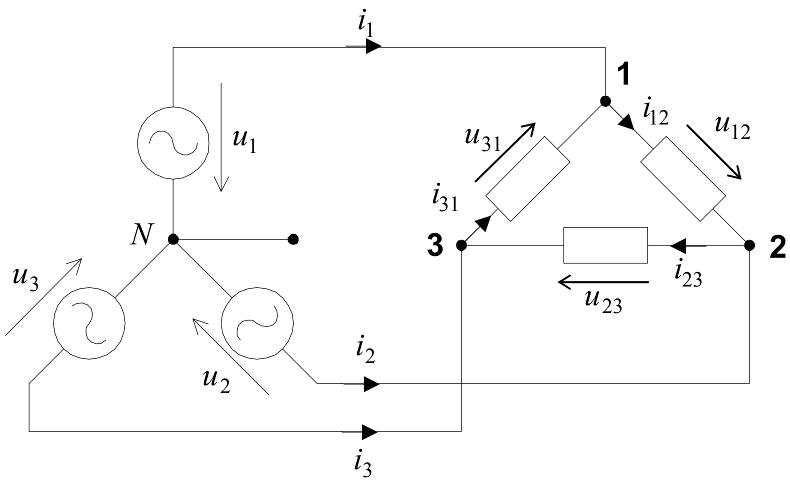

Figura 5 – Fonte de Tensão trifásica a alimentar uma Carga Trifásica Ligada em Triângulo ou Delta

Neste tipo de ligação, o condutor de neutro fica desligado.

A tensão de cada fase da carga, U_F (isto é, a tensão aplicada a cada uma das impedâncias da carga) é uma tensão composta, U_C, (tensão entre duas fases da fonte) cujo valor eficaz é $\sqrt{3}\,U_{ef}$.

Carga ligada em triângulo $\Rightarrow U_F = U_C$

Nestas condições, e considerando, por simplicidade gráfica, que a tensão composta $\overline{U}_{12}$ tem uma fase inicial nula, isto é $\overline{U}_{12} = \sqrt{3}\,U_{ef}\,e^{j0}$, as amplitudes complexas (em valor eficaz) das correntes que vão percorrer cada uma das fases da carga, são:

$$\bar{I}_{12} = \frac{\bar{U}_{12}}{\bar{Z}} = \frac{\sqrt{3}\,U_{ef}\;e^{j0}}{Z\;e^{j\varphi}} = \sqrt{3}\,\frac{U_{ef}}{Z}\,e^{-j\varphi}$$

$$\bar{I}_{23} = \frac{\bar{U}_{23}}{\bar{Z}} = \frac{\sqrt{3}\,U_{ef}\;e^{-j\frac{2\pi}{3}}}{Z\;e^{j\varphi}} = \sqrt{3}\,\frac{U_{ef}}{Z}\,e^{-j\left(\frac{2\pi}{3}+\varphi\right)}$$

$$\bar{I}_{31} = \frac{\bar{U}_{31}}{\bar{Z}} = \frac{\sqrt{3}\,U_{ef}\;e^{-j\frac{4\pi}{3}}}{Z\;e^{j\varphi}} = \sqrt{3}\,\frac{U_{ef}}{Z}\,e^{-j\left(\frac{4\pi}{3}+\varphi\right)}$$

Este conjunto de correntes forma um sistema trifásico equilibrado, desfasado φ do sistema de tensões compostas que está aplicado às fases da carga.

Relativamente à carga ligada em estrela, cada fase da carga suporta agora uma tensão $\sqrt{3}$ vezes superior (tensão composta) pelo que, a amplitude a corrente que a percorre é, também, $\sqrt{3}$ vezes superior.

O diagrama vectorial das tensões e correntes nas fases da carga encontra-se representado na figura 5.

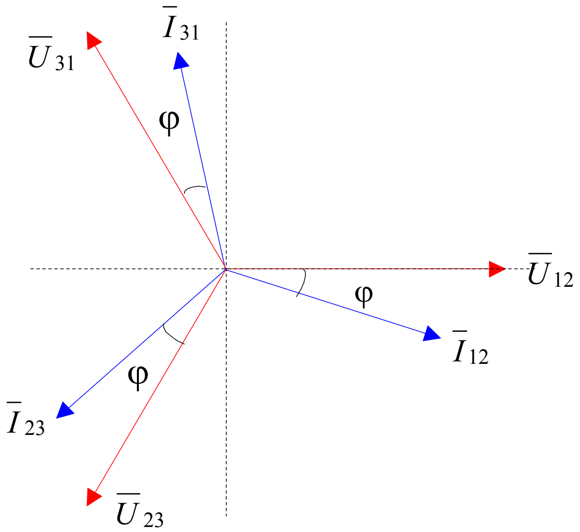

Figura 6 – Diagrama vectorial das tensões e correntes nas fases de uma carga ligada em triângulo

Relativamente às correntes que percorrem as linhas de transmissão, a sua determinação tem de ser efectuada com recurso à Lei dos Nós (ver Figura 5).

- Lei dos Nós no nó 1 $\quad i_1 = i_{12} - i_{31}$
- Lei dos Nós no nó 2 $\quad i_2 = i_{23} - i_{12}$
- Lei dos Nós no nó 3 $\quad i_3 = i_{31} - i_{23}$

Em termos de amplitudes complexas em valor eficaz, obtém-se:

$$\overline{I}_1 = 3\frac{U_{ef}}{Z} e^{-j\left(\varphi+\frac{\pi}{6}\right)}$$

$$\overline{I}_2 = 3\frac{U_{ef}}{Z} e^{je^{-j\left(\frac{2\pi}{3}+\varphi+\frac{\pi}{6}\right)}}$$

$$\overline{I}_3 = 3\frac{U_{ef}}{Z} e^{je^{-j\left(\frac{4\pi}{3}+\varphi+\frac{\pi}{6}\right)}}$$

Este conjunto de correntes na linha, $\overline{I}_L$, forma um sistema equilibrado, atrasado $\frac{\pi}{6}$ do sistema de correntes das fases da carga, $\overline{I}_F$. Também a amplitude destas correntes na linha é $\sqrt{3}$ vezes superior à amplitude das correntes que percorrem as fases da carga.

Carga em triângulo $\Rightarrow \left|\overline{I}_L\right| = \sqrt{3}\,\left|\overline{I}_F\right|$

3. COMPARAÇÃO ESTRELA TRIÂNGULO

Considere-se uma carga trifásica equilibrada, representada pelas impedâncias:

$$\overline{Z}_1 = \overline{Z}_2 = \overline{Z}_3 = Z\,e^{j\varphi}$$

Se esta carga for ligada em estrela,

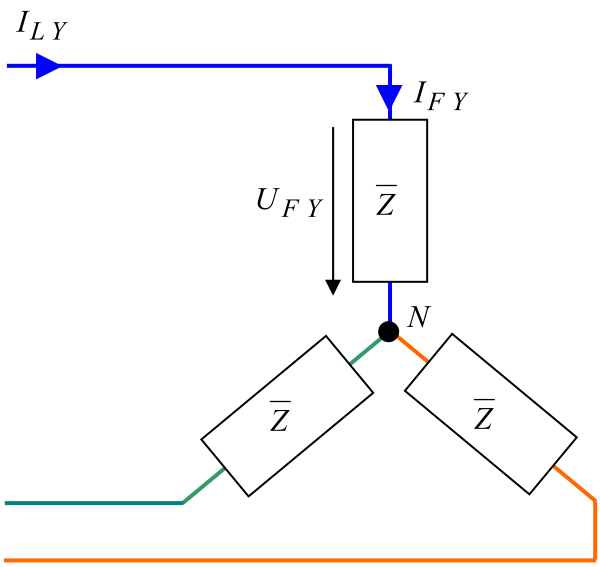

Figura 7 – Diagrama representativo de uma carga ligada em estrela

a amplitude da tensão aplicada a cada fase da carga é a amplitude de uma tensão simples,

$$U_{F\,Y} = U_S$$

pelo que a amplitude da corrente em cada fase da carga é:

$$I_{F\,Y} = \frac{U_S}{Z}$$

Como numa ligação em estrela a corrente na fase da carga é exactamente a mesma corrente que percorre a linha, obtém-se:

$$I_{L\,Y} = \frac{U_S}{Z}$$

designando por $U_{F\,Y}$ a amplitude da tensão na fase da carga de uma estrela, $I_{F\,Y}$ a amplitude da corrente na fase da carga de uma estrela e por $I_{L\,Y}$ a amplitude da corrente na linha de uma estrela.

Se esta mesma carga for ligada em triângulo,

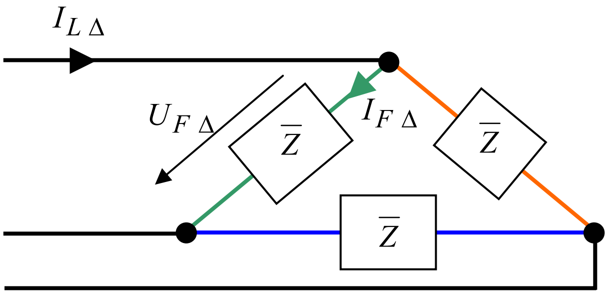

Figura 8 – Diagrama representativo de uma carga ligada em triângulo

a amplitude da tensão aplicada a cada fase da carga é uma tensão composta

$$U_{F\,\Delta} = U_C$$

pelo que a amplitude da corrente em cada fase da carga é:

$$I_{F\,\Delta} = \frac{U_C}{Z}$$

Como numa ligação em triângulo a amplitude da corrente na linha é $\sqrt{3}$ vezes superior à corrente que percorre a fase da carga, obtém-se:

$$I_{L\,\Delta} = \sqrt{3}\, I_{F\,\Delta} = \sqrt{3}\,\frac{U_C}{Z}$$

designando por $U_{F\,\Delta}$ a amplitude da tensão na fase da carga de um triângulo, $I_{F\,\Delta}$ a amplitude da corrente na fase da carga de um triângulo e por $I_{L\,\Delta}$ a amplitude da corrente na linha de um triângulo.

Atendendo à relação entre as amplitudes de uma tensão simples e de uma tensão composta do sistema trifásico, $U_C = \sqrt{3}\, U_S$, a expressão anterior pode escrever-se na forma:

$$I_{L\,\Delta} = \sqrt{3}\,\frac{U_C}{Z} = 3\,\frac{U_S}{Z}$$

Comparando a expressão de $I_{L\,Y}$ com a expressão de $I_{L\,\Delta}$ conclui-se que:

$$I_{L\,\Delta} = 3\, I_{L\,Y}$$

Isto é, a amplitude da corrente de linha quando uma carga está ligada em triângulo, é 3 vezes superior à amplitude da corrente de linha quando essa **mesma carga** está ligada em estrela.

4. CARGAS DESEQUILIBRADAS

Uma carga trifásica considera-se desequilibrada quando pelo menos uma das impedâncias é diferente das outras duas, ou no módulo, Z , ou na fase, φ .

Um exemplo de uma carga desequilibrada é:

$$\overline{Z}_1 = R = R\,e^{j0} \qquad \overline{Z}_2 = j\omega L = \omega L\,e^{j\frac{\pi}{2}} \qquad \overline{Z}_3 = -j\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\omega C}\,e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

ou seja, uma carga que na fase 1 é representada por uma resistência, na fase 2 por uma indutância e na fase 3 por uma capacidade.

Se esta carga for ligada, por exemplo, em estrela, e alimentada por um sistema trifásico equilibrado de tensões, cuja amplitude da tensão simples é U_{ef} , a corrente em cada uma das fases da carga (e também a corrente nas linhas, uma vez que são iguais), será, em valor eficaz:

$$\overline{I}_{L1} = \overline{I}_{F1} = \frac{\overline{U}_{F1}}{\overline{Z}_1} = \frac{U_{ef}\;e^{j0}}{R\,e^{j0}} = \frac{U_{ef}}{R}e^{j0}$$

$$\overline{I}_{L2} = \overline{I}_{F2} = \frac{\overline{U}_{F2}}{\overline{Z}_2} = \frac{U_{ef}\;e^{-j\frac{2\pi}{3}}}{\omega L\,e^{j\frac{\pi}{2}}} = \frac{U_{ef}}{\omega L}e^{-j\left(\frac{\pi}{2}+\frac{2\pi}{3}\right)}$$

$$\overline{I}_{L3} = \overline{I}_{F3} = \frac{\overline{U}_{F3}}{\overline{Z}_3} = \frac{U_{ef}\;e^{-j\frac{4\pi}{3}}}{\frac{1}{\omega C}\,e^{-j\frac{\pi}{2}}} = \omega C\,U_{ef}\,e^{-j\left(\frac{4\pi}{3}-\frac{\pi}{2}\right)}$$

Cujo diagrama vectorial está representado na figura 9 e onde se admitiu que os módulos das impedâncias são todos diferentes, isto é, $R \neq \omega L \neq \frac{1}{\omega C}$.

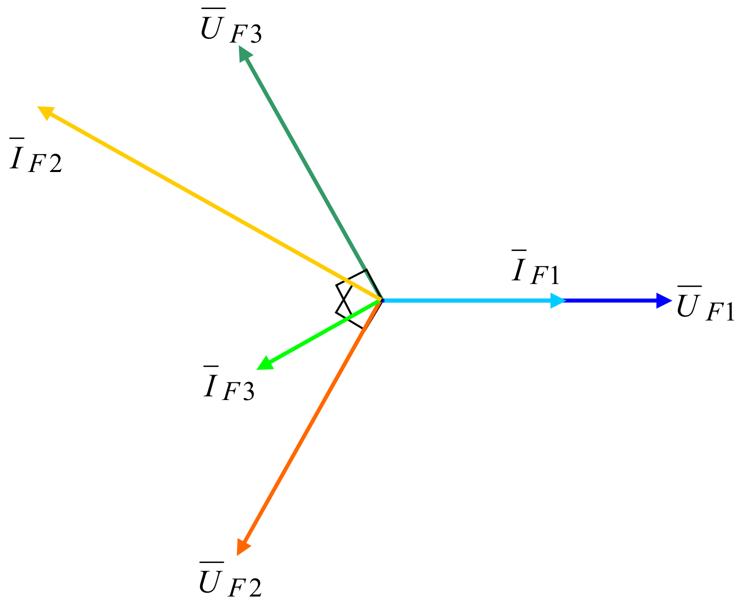

Figura 9 – Diagrama vectorial de uma carga desequilibrada

A corrente na fase 1 está em fase com a tensão na fase 1 porque a carga é representada por uma resistência; como na fase 2 a carga é representada por uma indutância, a respectiva corrente na fase está atrasada $\frac{\pi}{2}$ da respectiva tensão na fase da carga; finalmente, a capacidade que representa a carga da fase 3 faz com que a corrente na fase esteja adiantada $\frac{\pi}{2}$ relativamente à respectiva tensão na fase.

Tanto através do diagrama vectorial, quanto através das expressões matemáticas das correntes nas fases da carga, se pode verificar que:

$$\overline{I}_{F1} + \overline{I}_{F1} + \overline{I}_{F1} = \overline{I}_N \neq 0$$

concluindo-se, assim, que o sistema de correntes não é equilibrado e, portanto, a corrente de neutro não é nula.

EXERCÍCIOS

Numa carga ligada em estrela, as amplitudes complexas das correntes em cada uma das linhas são:

$$\overline{I}_{L1} = I\, e^{j0} \qquad \overline{I}_{L2} = I\, e^{-j\frac{\pi}{2}} \qquad \overline{I}_{L3} = I\, e^{j\frac{\pi}{2}}$$

QUESTÃO 1: Explique se se trata ou não de uma carga equilibrada

Resposta>>

Se se admitir que o sistema de tensões que alimenta a carga é equilibrado, então não, a carga não é equilibrada porque as correntes não constituem um sistema equilibrado; apesar de terem a mesma amplitude, não se encontram desfasadas de 120º

QUESTÃO 2: Determine a amplitude complexa da corrente do neutro.

Resposta>>

Como na estrela se tem $\overline{I}_L = \overline{I}_F$, a corrente de neutro será

$$\overline{I}_N = \overline{I}_{L3} + \overline{I}_{L3} + \overline{I}_{L3} = I\ e^{j0} + I\ e^{-j\frac{\pi}{2}} + I\ e^{j\frac{\pi}{2}} = I\ e^{j0}$$

QUESTÃO 3: Determine a amplitude complexa das impedâncias de cada fase da carga.

Resposta>>

Como a carga está ligada em estrela, a tensão que alimenta cada uma das fases da carga (U_F), é uma tensão simples (U_S) de valor eficaz U_{ef}.

Admitindo que o sistema de tensões que alimenta a carga é equilibrado, as tensões em cada fase serão:

$$\overline{U}_{F1} = U_{ef}\ e^{j0} \qquad \overline{U}_{F2} = U_{ef}\ e^{-j\frac{2\pi}{3}} \qquad \overline{U}_{F3} = U_{ef}\ e^{-j\frac{4\pi}{3}}$$

Uma vez que se conhecem as correntes em cada uma das fases, será:

$$\overline{Z}_{F1} = \frac{\overline{U}_{F1}}{\overline{I}_{F1}} = \frac{U_{ef}\ e^{j0}}{I\ e^{j0}}$$

$$\overline{Z}_{F2} = \frac{\overline{U}_{F2}}{\overline{I}_{F2}} = \frac{U_{ef}\ e^{-j\frac{2\pi}{3}}}{I\ e^{-j\frac{\pi}{2}}}$$

$$\overline{Z}_{F3} = \frac{\overline{U}_{F3}}{\overline{I}_{F3}} = \frac{U_{ef}\ e^{-j\frac{4\pi}{3}}}{I\ e^{j\frac{\pi}{2}}}$$

Resultando:

$$\overline{Z}_{F1} = \frac{U_{ef}}{I}\ e^{j0} \qquad \overline{Z}_{F2} = \frac{U_{ef}}{I} e^{-j\frac{\pi}{6}} \qquad \overline{Z}_{F3} = \frac{U_{ef}}{I}\ e^{-j\frac{11\pi}{6}} = \frac{U_{ef}}{I}\ e^{j\frac{\pi}{6}}$$

A impedância da fase 1 é puramente resistiva, a da fase 2 tem um carácter capacitivo e resistivo e a da fase 3 tem um carácter indutivo e resistivo.