



Temática – Máquinas Eléctricas

Capítulo – Campo Girante

## NOÇÃO DE CAMPO GIRANTE

### INTRODUÇÃO

Esta aula mostra como é possível estabelecer um campo girante, através de enrolamentos que asseguram uma distribuição sinusoidal do campo no entreferro da máquina.

- pré-requisitos :
- nível : Bases de Engenharia Electrotécnica ou Área de Especialização
- recursos relacionados :
- duração estimada : 1,5 horas
- autor : [Damien Grenier](#)
- realização : Sophie Labrique
- versão portuguesa : [Maria José Resende](#)



Este projecto é financiado pela União Europeia no âmbito de uma acção Sócrates-Minerva. As informações nele contidas são da exclusiva responsabilidade dos seus autores. A União Europeia declina toda a responsabilidade relativamente ao seu uso.

## 1. ENROLAMENTO QUE ASSEGURA UMA DISTRIBUIÇÃO SINUSOIDAL DO CAMPO NO ENTREFERRO

Considera-se um conversor de pólos lisos com um enrolamento de um par de pólos de forma a assegurar uma repartição sinusoidal do campo no entreferro ou, pelo menos, do qual se considera apenas a contribuição da primeira harmónica.

Este enrolamento está representado de forma esquemática, na figura seguinte, apenas por uma única espira cujo eixo magnético corresponde ao do enrolamento. Considera-se que a corrente  $i_a$  que circula neste enrolamento é positiva quando "entra" no plano através do condutor da direita (marcado com uma cruz) e, portanto "sai" do plano através do condutor da esquerda (marcado com um ponto). Se esta corrente for contínua (no sentido de constante), este enrolamento produz, em qualquer ponto M do entreferro referenciado pela sua coordenada angular  $\theta$  (Figura 1), um campo radial cujo valor  $B_{e,a}$  é igual a:

$$B_{e,a} = K i_a \cos(\theta - \theta_a)$$

onde  $\theta_a$  corresponde à posição angular do eixo magnético do enrolamento (igual a 0 no caso da figura) e onde K é um coeficiente que depende da forma como o enrolamento é realizado (no laboratório virtual, "*Realização de um enrolamento sinusoidal*", exemplifica-se o cálculo deste coeficiente)

Um valor positivo de  $B_{e,a}$  corresponde a um campo dirigido do rotor para o estator; um valor negativo a um campo dirigido do estator para o rotor

Justificação >>

As hipóteses que conduzem a esta repartição estão explicadas no capítulo 2, § 2A.1.3 do livro "*Electromécanique : convertisseurs d'énergie et actionneurs*".

Consistem em supor que :

- a permeabilidade dos materiais magnéticos é suficientemente grande para que se possa supor infinita ou, o que é a mesma coisa, que o campo H nestes materiais é suficientemente pequeno para que possa ser considerado nulo.
- o entreferro é suficientemente pequeno para que o campo, que é radial nas superfícies de separação entre o entreferro e o estator, se mantenha radial no entreferro e com um valor constante ao longo de cada linha de campo.

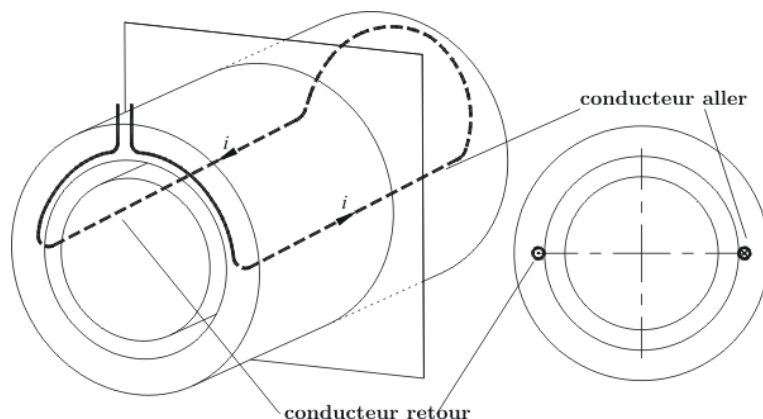
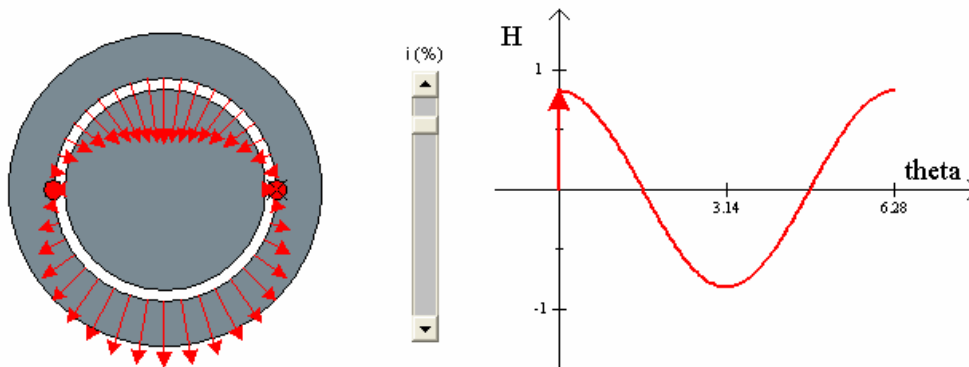


Figura 1 – Representação esquemática de um enrolamento de um par de pólos assegurando uma repartição sinusoidal do campo no entreferro

## 2. CAMPO NO ENTREFERRO CRIADO EM FUNÇÃO DE UMA CORRENTE NO ENROLAMENTO

**Questões:**

- Qual é o andamento da curva que representa o valor de  $B_{e,a}$  do campo no entreferro em função do ângulo  $\theta$ ?
- Como evolui esta curva em função do valor da corrente?



Animação 1

## 3. VARIAÇÃO SINUSOIDAL DA CORRENTE EM FUNÇÃO DO TEMPO

Se a corrente variar de forma sinusoidal :

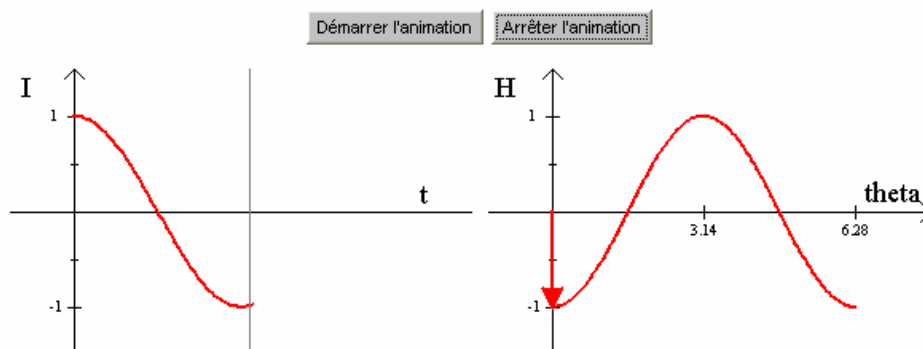
$$i_a = I_{max} \cdot \cos(\omega t)$$

obtem-se :

$$B_{e,a} = K \cdot I_{max} \cdot \cos(\theta - \theta_a) \cdot \cos(\omega t)$$

**Questão:**

- Como evolui temporalmente a curva representativa de  $B_{e,a}$  em função de  $\theta$ ?



Animação 2

Constata-se que o campo  $B_{e,a}$  é um **campo pulsante**, equivalente a uma **onda estacionária**. Em qualquer ponto do entreferro a sua amplitude varia em função do tempo mas,

- as posições para as quais esta amplitude é máxima (em valor absoluto) são invariantes; acontecem nas posições  $\theta = k.\pi$  ( $k$  inteiro) correspondentes às "cristas" da onda estacionária.
- as posições para as quais esta amplitude é nula também são invariantes; acontecem nas posições  $\theta = (2k+1)\pi/2$  ( $k$  inteiro) correspondentes aos "nodos" da onda estacionária.

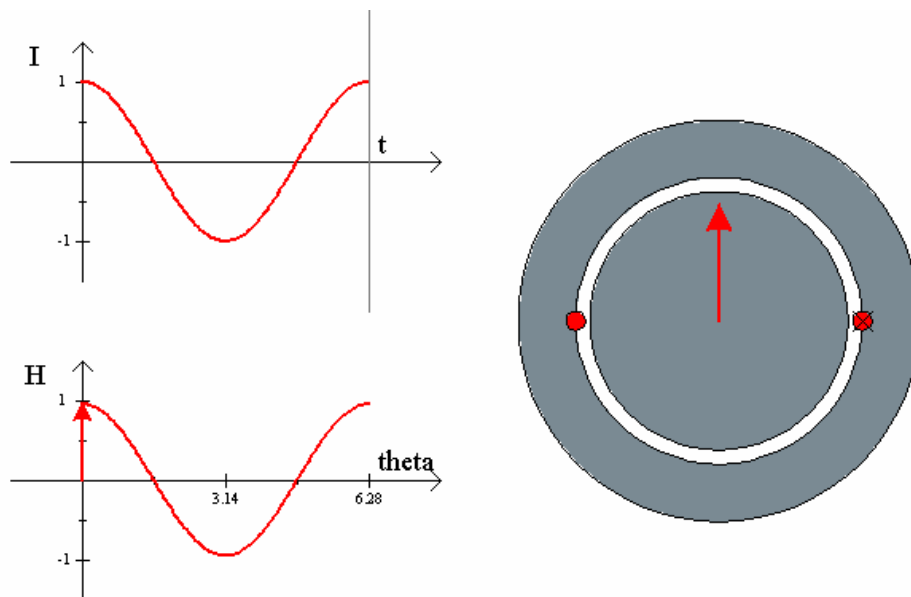
#### 4. REPRESENTAÇÃO VECTORIAL DO CAMPO PULSANTE

Num plano de corte transversal do conversor, pode-se representar este campo pulsante  $B_{e,a}$  por um vector :

- com início no centro do plano de corte,
- cuja direcção indica a posição  $\theta$  do máximo do campo  $B_{e,a}$ ,
- cujo comprimento é proporcional ao valor máximo do campo  $B_{e,a}$ .

Como as "cristas" da onda estacionária que constitui  $B_{e,a}$  estão situadas em  $\theta = k\pi$ , obtém-se o vector representativo de  $B_{e,a}$  colocando a sua origem no centro do plano, com uma direcção que é  $\theta = \theta_a = 0$  e um comprimento correspondente a :

$$B_{e,a}(\theta_a) = K.I_{max}.\cos(\omega t)$$



Animação 3

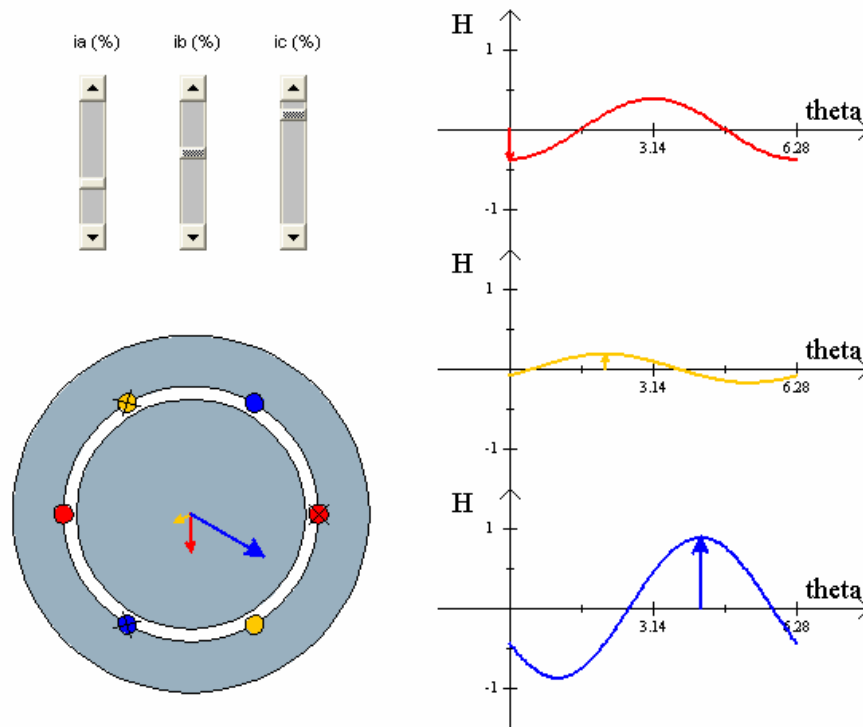
#### 5. CASO DE 3 ENROLAMENTOS DESFASADOS ESPACIALMENTE DE 120°

Considera-se agora 3 enrolamentos a, b, c, semelhantes aos anteriores mas desfasados **espacialmente** de 120° uns dos outros. Obtém-se assim:

$$\begin{aligned}
 B_{e,a} &= K \cdot i_a \cdot \cos \theta & (\theta_a = 0) \\
 B_{e,b} &= K \cdot i_b \cdot \cos(\theta - 2\pi/3) & (\theta_b = 2\pi/3) \\
 B_{e,c} &= K \cdot i_c \cdot \cos(\theta - 4\pi/3) & (\theta_c = 4\pi/3)
 \end{aligned}$$

**❓ Questão :**

- Qual é o andamento das curvas representativas de  $B_{e,a}$ ,  $B_{e,b}$  e  $B_{e,c}$  em função de  $\theta$ ?
- Como evoluem estas curvas em função das correntes em cada um dos enrolamentos?
- Quais são as direcções e as amplitudes dos vectores representativos destes campos?



Animação 4

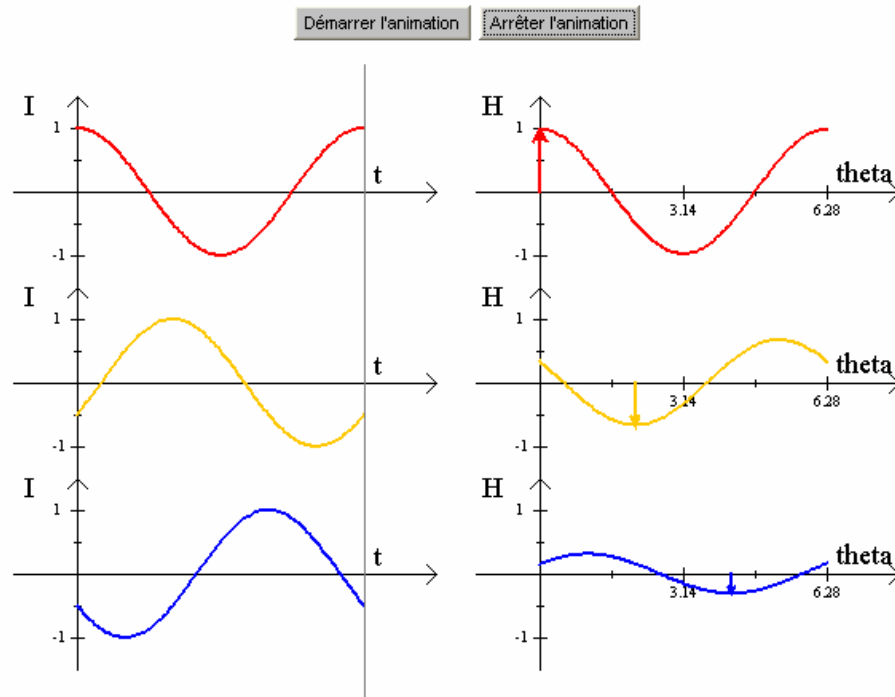
6. ALIMENTAÇÃO ATRAVÉS DE 3 CORRENTES SINUSOIDAIS DESFASADAS TEMPORALMENTE DE  $120^\circ$

Estes 3 enrolamentos são alimentados por correntes sinusoidais com a mesma amplitude  $I_{\max}$ , a mesma frequência angular  $\omega$  e desfasadas **temporalmente** de  $120^\circ$  umas em relação às outras:

$$\begin{aligned}
 i_a &= I_{\max} \cdot \cos(\omega t) \\
 i_b &= I_{\max} \cdot \cos(\omega t - 2\pi/3) \\
 i_c &= I_{\max} \cdot \cos(\omega t - 4\pi/3)
 \end{aligned}$$

**❓ Questão :**

- Como evoluem, ao longo do tempo, as curvas representativas dos campos de  $B_{e,a}$ ,  $B_{e,b}$  e  $B_{e,c}$  em função de  $\theta$ ?



Animação 5

Estes 3 campos  $B_{e,a}$ ,  $B_{e,b}$  et  $B_{e,c}$  são campos pulsantes.

#### 7. EXPRESSÃO DO CAMPO TOTAL RESULTANTE NO ENTREFERRO

Em qualquer ponto do entreferro, o valor  $B_e$  do campo total gerado no entreferro pelos 3 enrolamentos é igual a :

$$\begin{aligned} B_e &= B_{e,a} + B_{e,b} + B_{e,c} \\ &= K.I_{max} [\cos \theta . \cos \omega t + \cos(\theta - 2\pi/3) . \cos(\omega t - 2\pi/3) + \cos(\theta - 4\pi/3) . \cos(\omega t - 4\pi/3)] \end{aligned}$$

Usando a relação trigonométrica,  $\forall x, \forall y, 2\cos x . \cos y = \cos(x-y) + \cos(x+y)$ , deduz-se que  $B_e$  corresponde à soma de 6 parcelas:

- 3 parcelas em  $\cos(\theta - \omega t)$ , com a mesma amplitude  $KI_{max}$  pelo que a soma vale o triplo de cada uma das parcelas,
- 3 parcelas com a mesma amplitude  $KI_{max}$  respectivamente em  $\cos(\theta + \omega t)$ ,  $\cos(\theta + \omega t - 4\pi/3)$  e  $\cos(\theta + \omega t - 8\pi/3)$  pelo que a sua soma é nula  $\forall \theta, \forall \omega, \forall t$ ;

Obtém-se, finalmente:

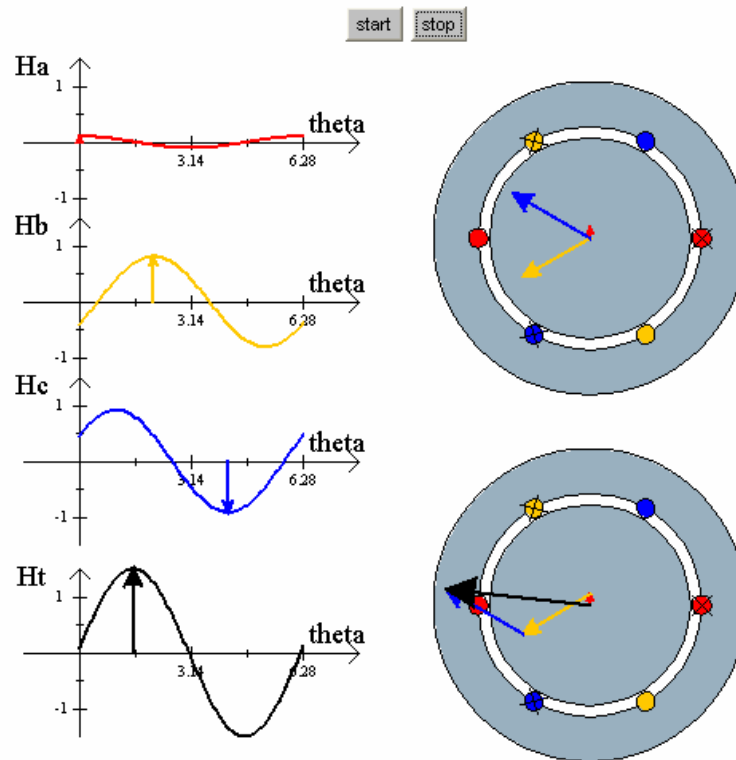
$$H_e = \frac{3K.I_{max}}{2} \cos(\theta - \omega t)$$

#### 8. REPRESENTAÇÃO DO CAMPO TOTAL RESULTANTE NO ENTREFERRO

##### ❓ Questões :

- **Como evolui, ao longo do tempo, a curva representativa de  $B_e$  em função de  $\theta$ ?**

- **Como evolui, ao longo do tempo, o vector representativo da sua amplitude máxima?**



Animação 6

Saliente-se que  $\forall t$ , o valor máximo de  $B_e$  é constante e igual a  $\frac{3K \cdot I_{rms}}{2}$  mas a posição para a qual  $B_e$  atinge a sua amplitude máxima é variável e igual a  $\theta = \omega t$ . Este campo corresponde a uma onda **progressiva** que gira no entreferro a uma velocidade  $\omega$ . É um campo **girante**.

O vector representativo do campo total no entreferro tem uma amplitude constante mas uma direcção variável<sup>1</sup>. Mostra-se que ele se pode obter como a soma dos vectores representativos dos campos criados por cada um dos 3 enrolamentos.

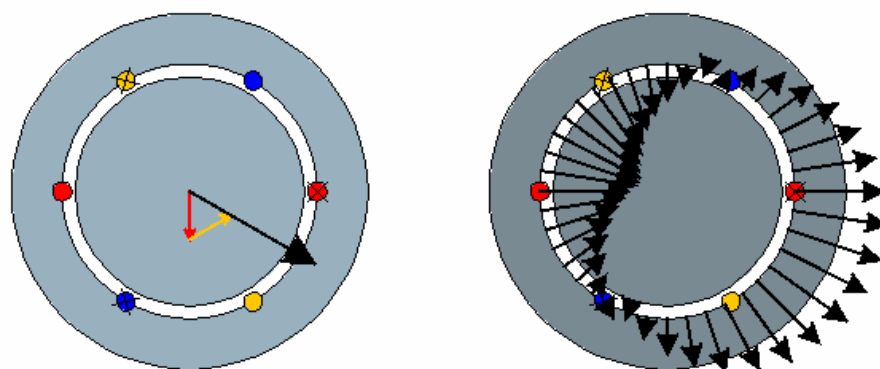
Nota :

<sup>1</sup> enquanto que os vectores representativos dos campos criados por cada um dos 3 enrolamentos que constituem o enrolamento trifásico são permanentemente colineares com os eixos magnéticos de cada enrolamento.

## 9. CAMPO GIRANTE

O campo total no entreferro, criado pelos 3 enrolamentos desfasados espacialmente de  $120^\circ$  uns em relação aos outros, por correntes sinusoidais de igual frequência angular, igual amplitude e desfasadas temporalmente de  $120^\circ$  umas em relação às outras, é um **campo girante**, equivalente a uma onda progressiva. Ele é análogo ao campo que fosse produzido por um enrolamento assegurando uma repartição sinusoidal do campo no entreferro, alimentado por uma corrente contínua igual a  $\frac{3 \cdot I_{rms}}{2}$  e que girasse a uma velocidade  $\omega$ .

start stop



Animação 6